

中原大學 94 學年度進修學士班招生入學考試

7 月 19 日 08:20 09:50 進修學士班一年級

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：數學

(共 3 頁第 1 頁)

可使用計算機，惟僅限不具可程式及多重記憶者

不可使用計算機

選擇 40 分 (每題 5 分)

1. 已知三實數 a, b, c 的總和為 2005，則 a, b, c 三者之中
(A) 一定有一個比 700 大 (B) 最多只能有一個大於 700 (C) 至少要有
兩個比 700 大 (D) 最多只能有兩個大於 700。
2. 若 $x^2 + 6x + (4 - k) = 0$ 之一根為 $3 + \sqrt{2}$ ，則 $k =$
(A) 3 (B) -3 (C) $33 + 12\sqrt{2}$ (D) $-33 - 12\sqrt{2}$ 。
3. 甲，乙，丙三人猜拳，各出「剪刀」，「石頭」，「布」三者之一，今三人同時
猜拳，結果不能決定勝負的機率為 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{27}$ (D) $\frac{4}{27}$ 。
4. 方程式 $5\sqrt{x^2 + y^2} = |3x + 4y + 12|$ 的圖形為
(A) 圓 (B) 橢圓 (C) 拋物線 (D) 雙曲線。
5. 已知
$$\frac{3}{1^2 \times 2^2} + \frac{5}{2^2 \times 3^2} + \cdots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > \frac{99}{100}$$

則 n 的最小值為 (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
6. 方程式 $7x + 6y = 2005$ 有幾組正整數解？
(A) 47 (B) 48 (C) 49 (D) 50。
7. 設 w 為方程式 $x^3 = 1$ 的虛根之一，則 $(1-w)(1+w^2)(1-w^4)(1+w^8)$
之值為 (A) -3 (B) 0 (C) 1 (D) -1。
8. $(3x - 2y)^6$ 展開式中 x^3y^3 的係數為
(A) 216 (B) -1080 (C) 1296 (D) -4320。

填充 80 分 (每格 8 分)

1. 有一複數等比數列，首項為 $2 + i$ ，第二項為 $1 + 3i$ ，則此數列前五項之和為
_____。

中原大學 94 學年度進修學士班招生入學考試

7 月 19 日 08:20 09:50 進修學士班一年級

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：數學

(共 3 頁第 2 頁)

可使用計算機，惟僅限不具可程式及多重記憶者

不可使用計算機

2. 多項式 $f(x)$ 被 $x-1$ 除得之餘式為 -1 ，而被 x^2 除得之餘式為 $-x-1$ ，
若 $f(x)$ 被 $x^2(x-1)$ 除，則餘式為 _____。

3. 設 $67^x = 27$ ， $603^y = 81$ ，則 $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} =$ _____。

4. 若 $x > 0, y > 0$ 則 $(x+2y)\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$ 的最小值為 _____。

5. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為空間中的三向量，已知 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 7$ ，若 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，
則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 _____。

6. 一球過點 $(3, -1, 2)$ 且與 xz 平面的交集為一圓，在 xz 平面上此圓的方程式
為 $(x-1)^2 + (z+1)^2 = 18$ ，則此球的方程式為 _____。

7. $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 45^\circ, \angle B = 30^\circ, \overline{AB} = 3$ ，則外接圓半徑為 _____。

8. A, B, C, D, E, F, G 七個字排成一列，A 在 B 左，C 在 D 左，且 E 在 F
左的排法有 _____ 種。

9. 行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 7 & 4 \\ -2 & -3 & 2 & 4 \end{vmatrix} \text{ 的值為 } \underline{\hspace{2cm}}。$$

10. 已知一矩陣

$$A = \begin{bmatrix} \cos \frac{p}{10} & -\sin \frac{p}{10} \\ \sin \frac{p}{10} & \cos \frac{p}{10} \end{bmatrix}, \text{ 則 } A^{2005} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

中原大學 94 學年度進修學士班招生入學考試

7 月 19 日 08:20 09:50 進修學士班一年級

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：數學

(共 3 頁第 3 頁)

可使用計算機，惟僅限不具可程式及多重記憶者

不可使用計算機

計算證明 30 分 (每題 15 分)

1. 一三角形區域由下列不等式所決定：

$$\begin{cases} x+2y-2 \leq 0 \\ 3x-5y-6 \leq 0 \\ 4x-3y+3 \geq 0 \end{cases}$$

(1) 在坐標平面上畫出該三角形區域。(5 分)

(2) 求該三角形面積。(5 分)

(3) 求 $x-y$ 在該區域中的最大值 M 與最小值 m 。(5 分)

2. 已知 $\cos q + \sin q = 1$

(1) 試證 $\cos q \sin q = 0$ 。(5 分)

(2) 試以歸納法證明：對於任意自然數 n ，

$\sin^n q + \cos^n q = 1$ 均成立。(10 分)