

中原大學 95 學年度進修學士班招生入學考試

7 月 12 日 08:20~09:50 進修學士班一年級

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：數學

(共 3 頁第 1 頁)

可使用計算機，惟僅限不具可程式及多重記憶者

不可使用計算機

一、選擇題 (50%)

1. 以 $x^2 + x + 1$ 除 x^{81} ，所得之餘式為：

- ① $x + 1$
- ② $x - 1$
- ③ 0
- ④ 1

2. 下列方程式，何者沒有整數解？

- ① $17x - 13y = 1$
- ② $18x + 17y = 3$
- ③ $51x + 85y = 1$
- ④ $6x - 34y = 2$

3. 已知方程式 $x^2 - (\tan \theta + \cot \theta)x + 1 = 0$ 有一根為 $2 + \sqrt{3}$ ，則

$(\sin \theta)(\cos \theta)$ 之值為：

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 設 x, y 為正實數，則 $(x + \frac{1}{y})(2y + \frac{1}{2x})$ 的最小值為：

- ① $\frac{3}{\sqrt{3}}$
- ② $\frac{9}{2}$
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ $\frac{7}{\sqrt{2}}$

5. 空間中，通過點 $(1, 1, 0)$ ，且包含直線 $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ 的平面方程式為：
- ① $x + y + 3z = 2$
 - ② $x + z = 2$
 - ③ $y + z = 2$
 - ④ $x + y + z = 2$
6. 設 $A = \{2, 4, a^2 + 3a - 13\}$ ， $B = \{-4, 2 + a, a^2 - 2a - 1\}$ ，已知 $A \cap B = \{2, 5\}$ ，則 $a =$
- ① -6
 - ② 3
 - ③ -3
 - ④ 4
7. 有一等差數列，前 n 項的和為 $3n^2 + 5n$ ，則此等差數列的公差為：
- ① 5
 - ② 6
 - ③ 7
 - ④ 8
8. 設 a, b 為實數，且 $a^2 + b^2 = 9$ ，則 $4a + 3b$ 的最大值為：
- ① 16
 - ② 9
 - ③ 25
 - ④ 15
9. 學生 50 人，分成 A 與 B 兩組，A 組 20 人，B 組 30 人，期末數學測驗的結果，A 組學生的平均分數為 88 分，B 組學生的平均分數為 78 分，則全部學生的平均分數為：
- ① 79
 - ② 80
 - ③ 81
 - ④ 82
10. 設拋物線的焦點為 $(1, 1)$ ，準線為 $x + y + 2 = 0$ ，則此拋物線的正焦弦長為：
- ① 4
 - ② $\sqrt{2}$
 - ③ $2\sqrt{2}$
 - ④ $4\sqrt{2}$

二、填充題：(80%)

1. 已知兩向量 \vec{u} 與 \vec{v} 的長度各為 3, 4, 其內積為 5, 若 $\vec{u} + \vec{v}$ 與 $\vec{u} + \alpha \vec{v}$ 互相垂直, 則 $\alpha =$ _____.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, P 是 \overline{AC} 的中點, Q 是 \overline{BP} 的中點。已知 $\overrightarrow{BA} = \alpha \overrightarrow{BQ} + \beta \overrightarrow{AC}$ 則 $\alpha\beta =$ _____.
3. 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 與平面 $x + y + z = 1$ 所交之圓面積為_____.
4. 設 $0 \leq x \leq \pi$, 若 $4\sin x + 5\cos x$ 之最大值為 M , 最小值為 m , 則 $M + m$ 之值為_____.
5. 袋子中有 1 號球 1 個, 2 號球 2 個, 3 號球 3 個, ..., 6 號球 6 個, 從袋中任取一球則球號期望值為_____.
6. 甲, 乙, 丙三人猜拳, 各出「剪刀」, 「石頭」, 「布」三者之一, 今三人同時猜拳, 結果不能決定勝負的機率為_____.
7. $(3x + 2y)^5$ 展開式中 x^2y^3 的係數為_____.
8. 設 a, b, c, d 為四個正實數, 已知 a, b, c 成等比數列, 而 b, c, d 成等差數列, $b + c + d = 12$, 則 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 =$ _____.
9. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為空間中的三向量, 已知 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 7$, 若 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, 則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為_____.

10. 行列式

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & -2 & -4 \end{vmatrix} \text{ 的值為 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、計算題：(20%)

1. 試用數學歸納法證明 $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
2. 設甲, 乙, 丙, ... 等 10 人, 今選出 6 人做環狀排列, 共有幾種不同的排法。