

中原大學 98 學年度轉學生招生入學考試

98/07/21 10:30 ~ 12:00 理工群組二、化學群組二、資工二

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！
(共 2 頁第 1 頁)

科目：微積分

可使用計算機，為僅限不具可程式及多重記憶者 不可使用計算機

一、填充題：(每題 7 分)

請在答案紙上畫好如下的表格，再將正確的答案依題序填入。

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}}} - \sqrt{\frac{1}{x} - \sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. If $f(x) = \log_x(x+1)$, for $x > 1$, then $f'(e) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. If $f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} \cos(\pi t^2) dt$, for $x \in \mathbb{R}$, then $f'(\frac{\pi}{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. $\int \sec \theta d\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. $\int_0^1 \frac{\sin^{-1} \sqrt{x}}{\sqrt{x(1-x)}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. $\int_0^1 \int_{y^2}^1 ye^{x^2} dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. If $f(x, y) = x^y$, for $x > 0$ and $y \in \mathbb{R}$, then $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. The equation for the tangent plane to the surface $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 3$ at the point $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. The shortest distance between the parabola $y = x^2$ and the point $(6, 3)$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.

中原大學 98 學年度轉學生招生入學考試

98/07/21 10:30 ~ 12:00 理工群組二、化學群組二、資工二

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：微積分

(共 2 頁第 2 頁)

可使用計算機，為僅限不具可程式及多重記憶者 不可使用計算機

二、證明題與計算題：(每題 10 分)

1. Define $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ for $x, y \in \mathbb{R}$. Show that f is not differentiable at $(0, 0)$.

2. Let $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{if } x \neq 0, \\ 0 & \text{if } x = 0. \end{cases}$

Show that f is differentiable at each $x \in \mathbb{R}$ and that f' is not continuous at 0.

3. Two right circular cylinders of radius 1 have axes that intersect at right angles. Find the volume of the solid common to the two cylinders.